



Hausübungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik II
SS 2012

Blatt 6 / 26. Juni 2012

Abgabe: 10. Juli 2012, 9 Uhr (vor der Vorlesung), Kasten NA/02

AUFGABE 1 (5 Punkte):

Konstruieren Sie jeweils einen Präfixcode $C = \{C_1, \dots, C_n\}$ oder zeigen Sie, dass kein solcher existiert für

- (a) $n = 4, |C_1| = 1, |C_2| = 2, |C_3| = 2, |C_4| = 2,$
- (b) $n = 5, |C_1| = 1, |C_2| = 3, |C_3| = 3, |C_4| = 3, |C_5| = 3,$
- (c) $n = 6, |C_1| = 1, |C_2| = 3, |C_3| = 3, |C_4| = 3, |C_5| = 3, |C_6| = 4,$
- (d) $n = 7, |C_1| = 2, |C_2| = 2, |C_3| = 3, |C_4| = 3, |C_5| = 3, |C_6| = 4, |C_7| = 5,$
- (e) $n = 8, |C_1| = 2, |C_2| = 2, |C_3| = 2, |C_4| = 3, |C_5| = 4, |C_6| = 5, |C_7| = 5, |C_8| = 6.$

AUFGABE 2 (5 Punkte):

Betrachten Sie einen binären, symmetrischen Kanal, in dem einzelne Bits mit Wahrscheinlichkeit $p = 1/10$ kippen. Wir betrachten den binären Blockcode $C = \{00, 01, 10\}$ mit *nicht-gleichverteilten* Sendewahrscheinlichkeiten

$$\text{Ws}[00 \text{ gesendet}] = 10/20, \quad \text{Ws}[01 \text{ gesendet}] = 9/20, \quad \text{Ws}[10 \text{ gesendet}] = 1/20.$$

- (a) Geben Sie einen *Maximum-Likelihood Dekodierer* an.
- (b) Konstruieren Sie den Dekodierer, der die Wahrscheinlichkeit des korrekten Dekodierens maximiert.

Bitte wenden!

AUFGABE 3 (5 Punkte):

Betrachten Sie den linearen Code C , gegeben durch die Generatormatrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Zeigen Sie: $C^\perp = C$.
- (b) Geben Sie die Parameter von C an.
- (c) Konstruieren Sie ein Standardarray sowie eine Syndromtabelle für C .
- (d) Dekodieren Sie die Nachrichten 0001, 1000, 1100, 1111 mit Hilfe Ihres Standardarrays.
- (e) Dekodieren Sie die Nachrichten 0001, 1000, 1100, 1111 mit Hilfe Ihrer Syndromtabelle.

AUFGABE 4 (5 Punkte):

Sei C ein (n, M, d) -Code. Es kann ein neuer Code \tilde{C} erzeugt werden, indem ein Paritätsbit zu jedem Codewort hinzugefügt wird, so dass das neue Codewort gerade Parität hat. D.h.

$$C \ni c \mapsto \tilde{c} = \begin{cases} c0, & \text{wenn } w(c) \text{ gerade} \\ c1, & \text{wenn } w(c) \text{ ungerade} \end{cases}$$

Hierbei bezeichnet $w(c)$ das Hamming-Gewicht von c .

Der resultierende Code \tilde{C} hat dann Länge $n + 1$ und Größe M .

- (a) Ergänzen Sie den Code $C_1 = \{00000, 00111, 11011, 11100\}$ um ein Paritätsbit auf gerade Parität. Welche Parameter haben C_1 und \tilde{C}_1 ?
- (b) Sei C nun ein beliebiger Code und \tilde{C} der wie oben beschrieben erzeugte. Zeigen Sie, dass die Anzahl der korrigierbaren Fehler von C und \tilde{C} die gleiche ist.
- (c) Zeigen Sie: Falls C ein beliebiger *linearer* Code ist, so ist auch \tilde{C} ein linearer Code.
- (d) Sei P eine Parity-Check Matrix für einen linearen Code C . Geben Sie eine einfache Konstruktion an, eine Parity-Check Matrix \tilde{P} für \tilde{C} mittels P zu konstruieren und begründen Sie, warum Ihre Konstruktion funktioniert.