

**Präsenzübungen zur Vorlesung**

**Zahlentheorie**

**Sommersemester 2012**

**Blatt 6**

**FRAGE 1:**

Gibt es einen Körper mit 9 bzw. 10 Elementen?

**AUFGABE 2:**

Sei  $G$  eine Gruppe und  $U$  eine nicht leere Teilmenge. Zeigen sie die Äquivalenz folgender Aussagen.

- (i)  $U$  ist eine Untergruppe von  $G$
- (ii)  $a \cdot b^{-1}$  ist Element von  $U$  für alle  $a, b \in U$

**AUFGABE 3:**

Beweisen Sie für  $r > 1$  und  $p$  prim, dass  $\mathbb{F}_{p^r}$  nicht isomorph zu  $\mathbb{Z}/p^r\mathbb{Z}$  ist.

**AUFGABE 4:**

Entscheiden Sie, ob folgende Gruppen zyklisch bzw. abelsch sind.

- (i)  $(\{0, 2, 3, 4\}, +) \subseteq (\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$
- (ii)  $(\{0, 2, 4\}, +) \subseteq (\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +)$
- (iii)  $(\{1, 2, 4\}, \cdot) \subseteq (\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}, \cdot)$
- (iv)  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$
- (v)  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}, +)$

**AUFGABE 5:**

Geben Sie (eine möglichst schöne) Darstellung der Gruppen

$$(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +), (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/8\mathbb{Z}, +), (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}, +)$$

an. Zeigen Sie, dass  $\mathbb{Z}/30\mathbb{Z}$  die gleiche Darstellung hat wie  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}, +)$ .