

Hausübungen zur Vorlesung

Zahlentheorie

Sommersemester 2012

Blatt 11

Abgabe bis 25. Juni 2012, 12 Uhr (vor der Vorlesung)

AUFGABE 1 F2 (3 Punkte):

Sei x eine reelle Zahl mit $x > 1$. Zeigen Sie, dass dann der n -te Näherungsbruch $\frac{p_n}{q_n}$ von $\frac{1}{x}$ gleich dem Kehrwert $\frac{q_{n-1}}{p_{n-1}}$ des $(n-1)$ -ten Näherungsbruches von x ist.

AUFGABE 2 F2 (3 Punkte):

Sei $x = 5 + \sqrt{26}$ eine irrationale Zahl, das heißt x hat eine unendliche Kettenbruchentwicklung. Dennoch ist es möglich, nach wenigen Schritten des Kettenbruchalgorithmus eine explizite Form für x zu finden. Geben Sie die Kettenbruchentwicklung von x an. Bestimmen Sie anschließend einen Näherungsbruch $\frac{p_n}{q_n}$ zu x , der um weniger als 10^{-9} von x abweicht.

AUFGABE 3 F2 (2 Punkte):

Sei $n > 1$, $2^k | n - 1$, $2^k > \sqrt{n}$ und $a^{\frac{n-1}{2}} \equiv -1 \pmod{n}$ für ein a . Zeigen Sie, dass dann n prim ist.

AUFGABE 4 F1 (3 Punkte):

Zeigen Sie: Eine Zahl der Form $n = (6k + 1)(12k + 1)(18k + 1)$ ist eine Carmichael-Zahl, falls alle drei Faktoren prim sind.

AUFGABE 5 F1 (4 Punkte):

Zeigen Sie mit Hilfe des Miller-Rabin Primzahltests, dass die Zahlen 117 und 657 zusammengesetzt sind.